

Velimir Ravlić, dipl.ing.el.
Ravel d.o.o.
velimir.ravlic@ravel.hr

Damir Fortuna, dipl.ing.el.
Ravel d.o.o.
damir.fortuna@ravel.hr

TEORIJSKE OSNOVE MEHANIČKIH TITRANJA CIJEVNIH SABIRNICA USLIJED VJETRA U SKLOPNIM POSTROJENJIMA ZA VANJSKU MONTAŽU

SAŽETAK

Cijevne sabirnice posjeduju mehaničke, električke, estetske i ekonomske prednosti u odnosu na sabirnice izvedene pomoću užadi. Njihov je nedostatak pojava vibracija uzrokovana vjetrom, osobito pri vjetrovima koje teku iznad vode ili ravne otvorene zemlje.

U radu se razmatra problematika titranja cijevnih sabirnica uz objašnjenje mehanizma djelovanja titranja uslijed Kármánovog vrtložnog strujanja. Pojednostavljeni proračun vlastitih frekvencija samo je aproksimativan jer se pretpostavlja da je cijevna sabirnica kontinuirani nosač na jednoliko raspoređenim osloncima. Rezultati brojnih mjerenja su pokazali dobro podudaranje ove aproksimativne metode i rezultata mjerenja.

Ključne riječi: sabirnički sustav, cijevne sabirnice, mehanička titranja uslijed vjetra, transformatorske stanice vanjske izvedbe

THEORETICAL BASIS OF RIGID BUSBAR MECHANICAL OSCILLATION DUE TO WIND IN AIS SWITCHGEAR

SUMMARY

Tubular conductors have mechanical, electrical, aesthetic and economic advantages. Their one disadvantage is that they are easily excited into vibration by the wind, particularly the steady winds which flow over water or flat open country.

This paper discusses aeolian vibration on tubular busbars and explains vibration caused by a Kármán vortices flow. Simplified calculation of natural frequency is only approximately with the assumption that tubular busbar is continuous support. Measured results show satisfying match with approximative calculation results.

Key words: busbar system, tubular busbars, aeolian vibration, outdoor substations

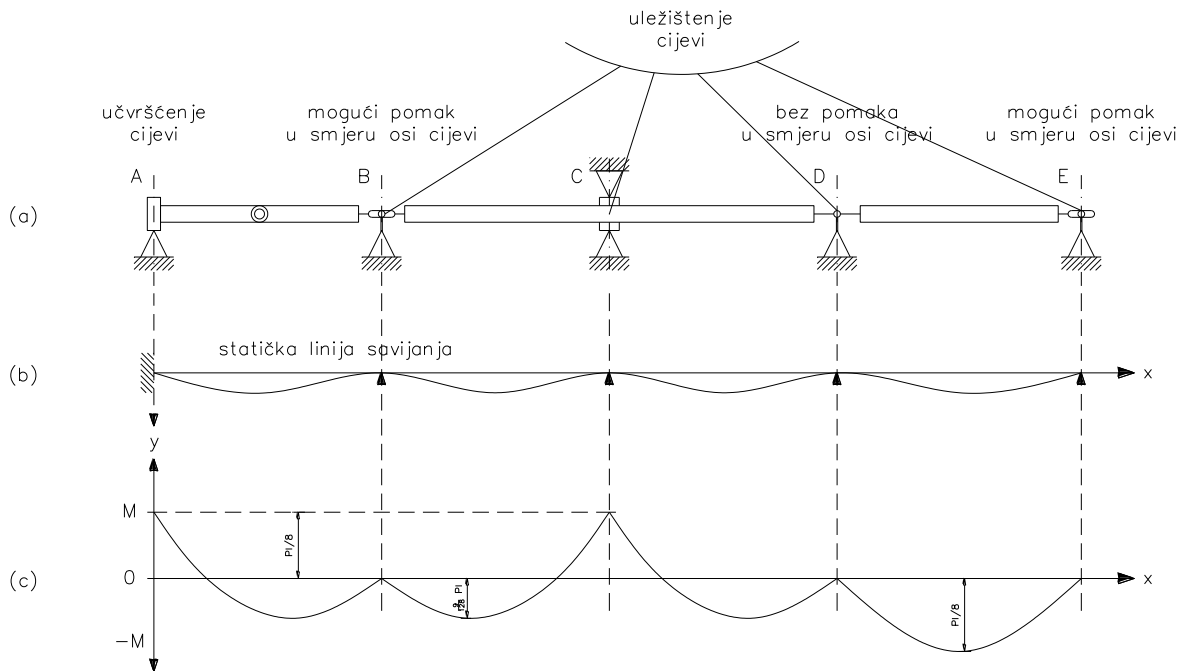
1. UVOD

U sklopnim postrojenjima za vanjsku montažu, osim užadi, često se primjenjuju i cijevne sabirnice. S obzirom na tehničko-ekonomske kriterije najčešće se koriste cijevni vodiči iz legure E-AlMgSi0,5-F22. Vanjski promjer cijevi ovisi o strujnom opterećenju, nazivnom naponu i razmaku potpora, a najčešće se kreće od 80 mm do 250 mm.

Na nosivim (potpornim) točkama cijevni vodiči se postavljaju na potporne izolatore i u skladu s rasporedom opreme u postrojenjima, povezuju s potpornim izolatorima pomoću fiksnih stezaljki ili zglobnih stezaljki (ležaja). Zbog izbjegavanja utjecaja neželjenih aksijalnih sila uslijed toplinskog istezanja cijevi, jedan kraj cijevi obvezno treba izvesti na takav način da je moguće pomicanje cijevi u aksijalnom smjeru. Na mjestima ugradnje ležaja (na potporama) statičko naprezanje neprekinute cijevi ima jednaku vrijednost kao kad je cijev fiksirana, iako se može pomicati u uzdužnom smjeru odnosno okretati u slučaju zglobnog učvršćenja u ležištu (slika 1).

Način montaže stezaljki i nosača cijevi (što su uobičajeni nazivi za spojni materijal za nošenje cijevnih vodiča i učvršćenje na potporne točke) mjerodavan je za naprezanje cijevi i potpornih točaka (najčešće su to potporne izolatore). To vrijedi, kako za unutarnje sile (vlastita težina cijevi i priključaka na druge aparate), tako i za vanjske sile (npr. zbog utjecaja udarne struje kratkog spoja, vjetra, itd).

Način postavljanja cijevnih vodiča koji je prikazan na slici 1., kao i pripadajući slučajevi naprezanja koji su prikazani, vrijede samo u slučaju kada je djelovanje sile ravnomjerno raspoređeno po jedinici duljine cijevi.



Slika 1. Vrste uležištenja cijevi (a)
Linija progiba (b)
Linija momenta (c)

S određenim ograničenjima može se prihvatiti da ovakva naprezanja vrijede i za cijevi koje titraju u horizontalnom i vertikalnom smjeru.

Mehaničko naprezanje cijevi i potpora teži minimalnoj vrijednosti, ovisno o vrsti sila koje djeluju, kada se cijevni vodič prekine na svakoj potpori, tj. treba težiti prilikom projektiranja izboru rješenja sa što manjim brojem potpornih točaka za jedan nosač (optimum su dvije potporne točke).

U svakom slučaju prilikom izbora rješenja treba uzeti u obzir sve utjecajne veličine (jednopolna shema, dispozicija opreme, tipovi aparata, veličine opterećenja u normalnom pogonu i u slučaju kratkog spoja, utjecaj vjetra, utjecaj progiba i kuta ulaska cijevi u tijelo stezaljke, itd.), a posebno je važno osigurati kvalitetno (sigurno i pouzdano) premoštenje dijelova cijevnih sabirnica elastičnim strujnim mostovima koji mogu biti vrlo zahtjevni i skupi (posebno u slučaju velikih nazivnih struja), ali koji su neophodni da bi cijevne sabirnice pouzdano udovoljile svojoj osnovnoj namjeni - službi prijenosa struje kroz dijelove postrojenja koji je samo dio ukupnog elektroenergetskog sustava.

2. OPĆENITO O TITRANJU CIJEVNIH SABIRNICA

Jedna od većih poteškoća, koju treba savladati kod projektiranja i izgradnje postrojenja sa cijevnim sabirnicama, je rješavanje problema titranja. Cijevne sabirnice u postrojenju mogu biti mehanički uzbuđene na titranje, a takvi slučajevi mogu nastati:

1. zbog mehaničkih udara kod sklopnih operacija prekidača i rastavljača u postrojenju,
2. zbog udara kod struja kratkog spoja,
3. zbog djelovanja vjetra (najčešći uzrok titranja).

U slučaju titranja koja nastaju kao posljedica sklopnih operacija, nastaju slobodna titranja koja nastupaju neredovito i u dugim vremenskim razmacima te imaju tako mali intenzitet da za naprezanje cijevnih sabirnica i potpora gotovo da nemaju posebno značenje.

Titranja koja nastaju uslijed sklopnih operacija i kao posljedica udara kod struja kratkog spoja, su vrlo kratka i relativno brzo nestaju zbog vlastitog prigušenja sabirnica.

Dok su prve dvije pojave kratkotrajne i relativno brzo nestaju, treća pojava titranja koja nastupa djelovanjem vjetra kroz duže vremensko razdoblje može trajati tako dugo da dovede do zamora i loma materijala cijevnih vodiča odnosno potpora. Također pri takvim titranjima pogonske manipulacije pantografskim rastavljačima u postrojenju postaju vrlo nesigurne i problematične. Uočene amplitude bile su veće od 30 cm i opadale su do potpunog smirivanja uslijed vlastitog prigušenja.

Prisilna titranja nastala djelovanjem magnetskih polja su znatno opasnija, a njihov proračun je dosta složen i nije predmet ovog rada.

Oštećenja cijevnih sabirnica uslijed titranja čiji je uzrok puhanje vjetra može nastati zbog tri razloga:

- radi velikih amplituda nastalih u kratkom vremenu uslijed rezonancije izazvane Karmanovim vrtložnim strujanjem oko cijevi,
- zbog zamora materijala nakon duljeg vremena uslijed naprezanja materijala većeg od trajne čvrstoće materijala pri čemu je uzrok titranja također Karmanovo vrtložno strujanje,
- zbog nastajanja prekomjernih naprezanja čiji je uzrok mahovitost vjetra.

Prilikom proračuna treba odrediti frekvencije titranja za one oblike titranja koji mogu biti kritični. Nakon toga treba odrediti uzbudne frekvencije uslijed vrtložnog strujanja vjetra oko sabirnica.

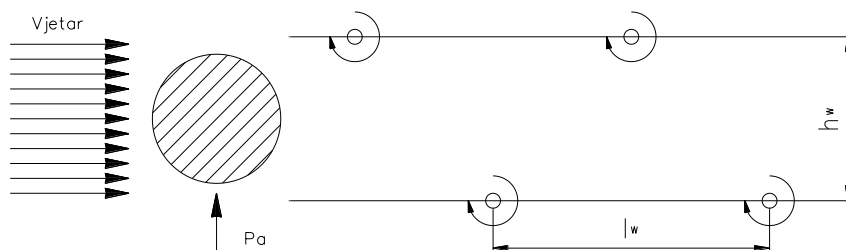
Ako se poklapaju frekvencije nekog od oblika titranja sabirnica s uzbudnom frekvencijom vjetra tada treba na prikladan način promijeniti kritičnu vlastitu frekvenciju sabirnica.

Takve vibracije mogu biti posebno neugodne pri samoj izgradnji postrojenja kad svi radovi još nisu završeni pa još nema svih veza sa cijevnim sabirnicama. Naime, poznato je da veći broj veza na aparate u jednom polju prigušuje titranje. Zbog toga je od prvorazredne važnosti objašnjenje mehanizma djelovanja vjetra i opis teorije titranja cijevi odnosno štapa.

3. DJELOVANJE VJETRA

Kada poprečno na dugačko cilindrično tijelo struji neki tekući ili plinoviti medij, tada unutar određenog raspona brzina strujanja medija u njegovoj zavjetrini nastaju vrtlozi.

Prva eksperimentalna istraživanja ove pojave izvršio je V. Strouhal [1]. Theodor von Kármán [2] razvio je teoriju stabilnosti vrtložne staze, utvrdivši konstantni odnos između širine h_w vrtložne staze i razmaka dvaju susjednih vrtloga unutar jednog vrtložnog niza l_w (slika 2.).



Slika 2. Kármánovi vrtlozi i vrtložne struje

Pri tome vrijedi omjer:

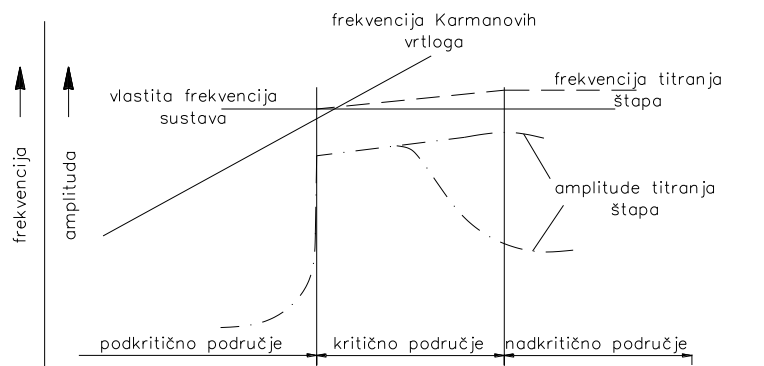
$$\frac{h_w}{\ell_w} = 0,281 \quad (1)$$

Frekvencija Kármánovih vrtloga, za tijelo u mirovanju, slijedi sljedeći zakon:

$$f_w = S \cdot \frac{v}{D} \quad (2)$$

U području Reynoldsova broja od 10^2 do 10^5 iznosi Strouhalov broj S između 0,17 i 0,12.

Kao posljedica nastanka vrtloga oko cilindra javlja se poprečna sila koja pokušava uzбудiti cilindar na ritmičko gibanje u smjeru okomitom na smjer strujanja. Kada cilindar počne titrati u struji medija, tada se Strouhalov broj proporcionalno smanjuje u odnosu na vrijednost koju je imao za cilindar koji miruje. Ovisnost između brzine strujanja, frekvencije titranja i amplitude objasnio je eksperimentalno Meier-Windhorst, a to je pregledno prikazano na slici 3.



Slika 3. Kvalitativni prikaz savijanja jednog elastično uležištenog cilindričnog štapa u tekućoj vodi: amplituda i frekvencija u ovisnosti o brzini strujanja

Prema rezultatima pokusa Meier-Windhorsta, cilindrični štap titra uz male amplitude kod frekvencija koje su niže od vlastite frekvencije sustava. U blizini vlastite frekvencije sustava, frekvencija titranja štapa naglo poraste na iznos vlastite frekvencije sustava. Amplituda titranja ima također strmi porast. Bez obzira na povećanje brzine strujanja, amplituda i frekvencija titranja (u tom kritičnom području) ostaju približno konstantne.

Zapažanja slične vrste i popratne pojave u području vlastite frekvencije obradio je i Maas.

Sva ova saznanja su za praksu od odlučujućeg značenja i upućuju na to da, kad se vrtložna i vlastita frekvencija tijela izjednačavaju, vrtloženje održava samo unutar relativno širokog raspona brzina medija koji struji prema tijelu. To znači da za svaki kružno cilindrični sustav koji se izlaže strujanju ne postoji samo jedna određena brzina strujanja, nego jedan relativno široki raspon brzina strujanja unutar kojega sigurno nastupa rezonancija s prilično velikim amplitudama.

Uslijed Kármánovog vrtložnog strujanja fluida konstantne brzine oko okruglog štapa nastaje harmoničko opterećenje štapa okomito na smjer strujanja, tj. rezultatna poprečna sila:

$$P_{\alpha} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot D \cdot c_A \quad (3)$$

Pri tome je D vanjski promjer cijevnih sabirnica, v je brzina vjetra, ρ je gustoća zraka, a c_A je nestacionarna veličina koja ovisi o Reynoldsovom broju, Strouhalovom broju i o vremenu.

To znači da je sila koja nastaje zbog djelovanja vjetra linearno proporcionalna promjeru cijevnih sabirnica i kvadratu brzine vjetra. Za približne proračune koeficijent c_A (bez uzimanja u obzir poprečnog savijanja štapa) iznosi $c_A \approx 1,7$. Praksa je pokazala da najveće amplitude nastupaju kod brzina vjetra u rasponu od 0,3 do 3 m/s. Kod brzine vjetra iznad 5 m/s iz aerodinamičnih razloga pravilnost Kármánovih vrtloga iščezava, tako da izostaje rezultatno djelovanje harmoničke sile u poprečnom smjeru.

Pored nastanka poprečne rezultatne sile, a kao posljedica Kármánovog vrtložnog strujanja fluida, nestabilno ponašanje tijela koja titraju u struji zraka ima i druge posljedice. Preduvjet za

aerodinamičnu nestabilnost je (u pravilu) postojanje istaknutih rubova na koje djeluje strujanje. Sama nestabilnost gotovo da ne ovisi o brzini strujanja odnosno o Reynoldsovom broju, dok se amplituda titranja povećava proporcionalno brzini strujanja.

Titranja nastala zbog aerodinamične nestabilnosti imaju u sklopnim postrojenjima vanjske izvedbe značenje samo onda kad su sabirnice napravljene ili od pravokutnih profila ili kad se na kružnom profilu stvore oblici naslaga oštih bridova zbog leda iliinja. Ovakvi slučajevi su vrlo rijetki, tako da ih u ovom radu nećemo ni razmatrati.

4. TEORIJA TITRANJA CIJEVI ODNOSNO ŠTAPA

4.1. Izvod diferencijalne jednadžbe mehaničkog titranja štapa

Početne pretpostavke su sljedeće.

Krutost štapa na savijanje $E \cdot J$ kao i jedinična masa štapa $\mu = \rho \cdot F$ su konstantne veličine. Amplitude titranja trebaju ostati male, kako bi se smanjila vjerojatnost rotiranja štapa. Vlastito prigušenje štapa je proporcionalno brzini strujanja.

S ovim početnim pretpostavkama, diferencijalna jednadžba prisilnih prigušenih titranja zbog savijanja štapa glasi:

$$E \cdot J \cdot \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \mu \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + 2 \cdot \mu \delta \cdot \frac{\partial y}{\partial t} = P_{(x,t)} \quad (4)$$

Rješenje jednadžbe (4) bez sile smetnje $P_{(x,t)}$ slijedi pomoću Bernoullijeva stavka:

$$y_t(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} T_n(t) \cdot X_n(x) \quad (5)$$

U vremenskom području rješenje jednadžbe glasi:

$$\frac{d^2 T}{dt^2} + 2 \cdot \delta \cdot \frac{dT}{dt} + T \cdot \omega^2 = 0 \quad (6)$$

U području pomaka:

$$\frac{d^4 X}{dx^4} - X \cdot \omega_n^2 \cdot \frac{\partial \mu}{E \cdot J} = 0 \quad (7)$$

Rješenje jednadžbe u vremenskom području ima sljedeće korijene:

$$\alpha_{1,2} = j\delta \pm \sqrt{\omega_n^2 - \delta^2} \quad (8)$$

$$T_t = A \cdot e^{-\delta t} \cdot \cos\left(\sqrt{\omega_n^2 - \delta^2} \cdot t - \varepsilon_t\right) \quad (9)$$

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2} \quad (10)$$

$$\operatorname{tg} \varepsilon_t = \frac{A_2}{A_1} \quad (11)$$

Rješenje jednadžbe u području pomaka (7) glasi prema poučku:

$$X_t = C \cdot e^{\frac{\lambda}{\ell} \cdot x} \quad (12)$$

$$X_f = C_1 \cdot \cosh\left(\frac{\lambda}{l} \cdot x\right) + C_2 \cdot \sinh\left(\frac{\lambda}{l} \cdot x\right) + C_3 \cdot \cos\left(\frac{\lambda}{l} \cdot x\right) + C_4 \cdot \sin\left(\frac{\lambda}{l} \cdot x\right) \quad (13)$$

Konstante u funkciji pomaka određuju se uvrštenjem rubnih uvjeta, tj. uzevši u obzir uvjete polaganja. Rješenje jednadžbe (4) s funkcijom smetnje slijedi iz Bernoullijeva stavka. Iz jednadžbi (4) i (6) dobiva se nadalje:

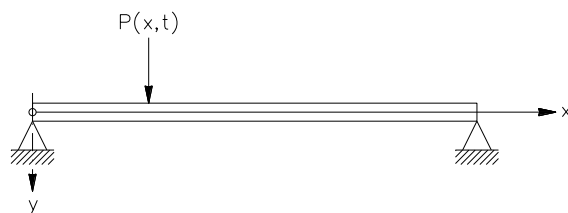
$$\sum_{n=1}^{\infty} \mu \cdot X_f(x) \cdot \left\{ \frac{d^2 T_e}{dt^2} + 2 \cdot \delta \cdot \frac{dT_e}{dt} + \omega_n^2 \cdot T_e \right\} = P(x, t) \quad (14)$$

Razvije li se izraz za resultantnu silu $P(x, t)$ kao funkcija duljine, sukladno obliku vlastitih titranja, tada vrijedi:

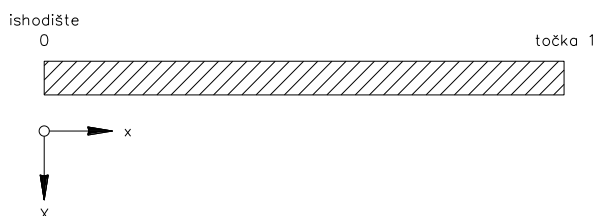
$$P(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} P_n(t) \cdot X_f(x) \quad (15)$$

s:

$$P_n(t) = \frac{\int_0^1 P(x, t) \cdot X_f(x) dx}{\int_0^1 X_f^2(x) dx} \quad (16)$$



Slika 4. Štap s koordinatama i silom koja djeluje (P =sila, t =vrijeme)



Slika 5. Oznake polja na odsjeku štapa

U slučaju obostrano poduprtog štapa prema slici 4., rješenje jednadžbe (14), kada se zanemare slobodna titranja, glasi:

$$Y_e = \frac{2P_a}{\mu} \cdot \cos(\omega t - \varepsilon_e) \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1 - \cos \lambda_n) \cdot \sin \frac{\lambda_n}{l} \chi}{\sqrt{(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + 4\omega^2 \delta^2 \cdot \lambda_n}} \quad (17)$$

UZ:

$$\text{tg} \varepsilon_f = \frac{2\omega\delta}{\omega_n^2 - \omega^2} \quad (18)$$

Amplituda Y prisilnih prigušenih titranja postaje najveća u slučaju rezonancije ($\omega_n = \omega$). Kad nastupi rezonancija, amplituda će biti to manja što je viši broj harmonika n . Za praksu su stoga opasne samo vibracije osnovnog harmonika titranja, što je vrlo bitna konstatacija za objašnjenje ove pojave.

Utvrđivanje vlastitih (karakterističnih) vrijednosti i valnog oblika vibracija bit će obrađeno na primjeru višestruko poduprtog neprekinutog štapa.

Budući da se u postrojenjima, u pravilu, nalaze višestruko poduprti stupovi, ovaj postupak bit će detaljno prikazan korak po korak. Proračun se pojednostavljuje primjenom matričnog računa. Sastavljanje matrice polja slijedi iz jednadžbe (13) kada se umjesto konstanti integracije C_1, C_2, C_3 , uvedu sljedeće smislene (mehaničke) konstante:

$$\begin{aligned} X &= X(x) && \text{POMAK} \\ \Psi &= \Psi(x) = -X'(x) && \text{NAGIB} \\ M &= M(x) = -E \cdot J \cdot X''(x) && \text{MOMENT} \\ Q &= Q(x) = -E \cdot J \cdot X'''(x) && \text{POPREČNA SILA} \end{aligned}$$

Tek se nakon uvrštenja vrijednosti u jednadžbu (13) za $x=l$ (slika 5.) dobije tražena prijenosna matrica polja.

Cjelovita matrična jednadžba glasi:

$$U_{(1)} = \begin{bmatrix} C & \frac{\ell}{\lambda} \cdot s & \frac{1}{E \cdot J} \cdot \left(\frac{\ell}{\lambda}\right)^2 \cdot c & \frac{1}{E \cdot J} \cdot \left(\frac{\ell}{\lambda}\right)^3 \cdot S \\ \frac{\lambda}{\ell} \cdot s & C & \frac{1}{E \cdot J} \cdot \frac{1}{\lambda} \cdot c & \frac{1}{E \cdot J} \cdot \left(\frac{\ell}{\lambda}\right)^2 \cdot c \\ E \cdot J \cdot \left(\frac{\lambda}{\ell}\right)^2 \cdot c & E \cdot J \cdot \frac{\lambda}{\ell} \cdot s & C & \frac{\ell}{\lambda} \cdot s \\ E \cdot J \cdot \left(\frac{\lambda}{\ell}\right)^2 \cdot S & E \cdot J \cdot \left(\frac{\lambda}{\ell}\right)^2 \cdot s & \frac{\lambda}{\ell} \cdot s & C \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$\begin{bmatrix} X \\ \Psi \\ M \\ Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & A_{44} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X \\ \Psi \\ M \\ Q \end{bmatrix} \quad (20)$$

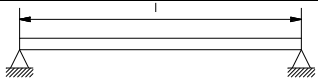
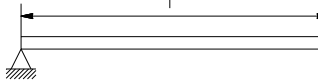
s A_{11}, A_{12}, \dots prema elementima iz jednadžbe (19) s konstantama:

$$\begin{aligned} C &= \frac{1}{2} \cdot (\cosh \lambda + \cos \lambda) \\ c &= \frac{1}{2} \cdot (\cosh \lambda - \cos \lambda) \\ S &= \frac{1}{2} \cdot (\sinh \lambda + \sin \lambda) \\ s &= \frac{1}{2} \cdot (\sinh \lambda - \sin \lambda) \end{aligned} \quad (21)$$

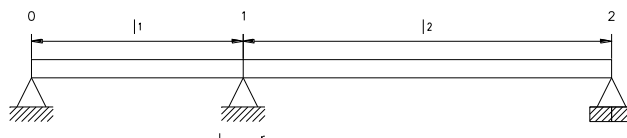
Simbolički se jednadžba (20) može napisati u obliku:

$$Y = U \cdot Y_0 \quad (22)$$

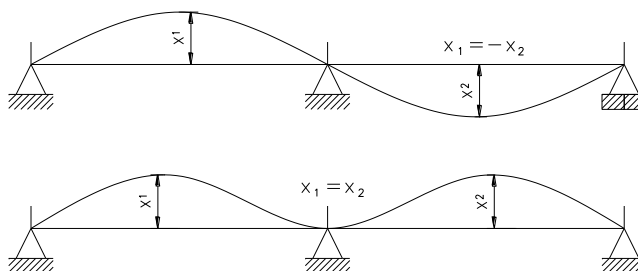
Nadalje će se razmotriti slučaj štapa poduprtog na dvije potpore, odnosno upetog na jednom kraju i učvršćenom na drugom kraju (Slika 8.). Za taj specifičan slučaj jednadžbe vlastitih vrijednosti, čije ćemo izvođenje zbog nedostatka prostora izostaviti, glase:

	$\sin \lambda_n = 0$	n	1	2	3	4	(23)
		λ_n	π	2π	3π	4π	
	$\text{tg } \lambda_n = \text{th } \lambda_n$	n	1	2	3	4	(24)
		λ_n	3,93	7,07	10,2	13,4	

U slučaju trostruko poduprtog štapa izvođenje jednadžbe je nešto složenije, pa će u daljnjem tekstu biti prikazano u cjelini (slika 6.).



Slika 6. Štap poduprt na tri točke (mjestu)



Slika 7. Asimetrični i simetrični oblik savijanja kod štapa poduprtog u tri točke

S prijenosnom matricom A za lijevi odsječak štapa, glasi vektor stanja lijevo od mjesta potpore 1:

$$Y_1^1 = A \cdot Y_0 \quad (25)$$

$$Y_0 = \{0, \Psi, 0, Q\} \quad (26)$$

$$Y_1^1 = \Psi_0 \cdot \begin{bmatrix} A_{12} \\ A_{22} \\ A_{32} \\ A_{42} \end{bmatrix} + Q_0 \cdot \begin{bmatrix} A_{14} \\ A_{24} \\ A_{34} \\ A_{44} \end{bmatrix} \quad (27)$$

Isto tako vrijedi za vektor stanja lijevo od točke 1 na slici 5:

$$Y_1^1 = \{0, \Psi, 0, Q\}_1^1 \quad (28)$$

Iz toga slijedi:

$$X_1^1 = \Psi_0 \cdot A_{12} + Q_0 \cdot A_{14} = 0$$

ili

$$Q_0 = -\Psi_0 \cdot \frac{A_{12}}{A_{14}} \quad (29)$$

Zatim se može dobiti vektor stanja prema jednadžbi (27):

$$Y_1^r = \Psi_0 \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ A_{22} - A_{24} \cdot \frac{A_{12}}{A_{14}} \\ A_{32} - A_{34} \cdot \frac{A_{12}}{A_{14}} \\ A_{42} - A_{44} \cdot \frac{A_{12}}{A_{14}} \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} 0 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{bmatrix} \quad (30)$$

Za mjesto desno od potporne točke 1 (prema slici 6) vrijedi:

$$Y_1^r = Y_1^l + \Delta Q \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \Psi_0 \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{bmatrix} + \Delta Q \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (31)$$

U jednadžbi (31) uzeto je u obzir da na potpornom mjestu 1 poprečna sila naglo poraste za iznos ΔQ . Za desni kraj polja 2 slijedi uz korištenje prijenosne matrice B:

$$Y_2 = B \cdot Y_1^r \quad (32)$$

ili

$$Y_2 = \begin{bmatrix} B_{11} & & \\ & \cdot & \\ & & \cdot \\ & & & B_{44} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ a_2 \cdot \Psi_0 \\ a_3 \cdot \Psi_0 \\ a_4 \cdot \Psi_0 + \Delta Q \end{bmatrix} \quad (33)$$

S vektorom stanja:

$$Y_2 = \{0, \Psi, 0, Q\}_2 \quad (34)$$

Nulte uvjete dobivamo iz jednadžbe:

$$\begin{aligned} \Psi_0 \cdot a_2 \cdot B_{12} + \Psi_0 \cdot a_3 \cdot B_{13} + (\Psi_0 \cdot a_4 + \Delta Q) \cdot B_{14} &= 0 \\ \Psi_0 \cdot a_2 \cdot B_{32} + \Psi_0 \cdot a_3 \cdot B_{33} + (\Psi_0 \cdot a_4 + \Delta Q) \cdot B_{34} &= 0 \end{aligned} \quad (35)$$

Iz jednadžbe (34) dobivamo determinantu koeficijentata:

$$\begin{vmatrix} a_2 \cdot B_{12} + a_3 \cdot B_{13} + a_4 \cdot B_{14} \cdot B_{14} \\ \dots \\ a_2 \cdot B_{32} + a_3 \cdot B_{33} + a_4 \cdot B_{34} \cdot B_{34} \end{vmatrix} \quad (36)$$

Jednadžba vlastitih vrijednosti glasi:

$$(a_2 \cdot B_{12} + a_3 \cdot B_{13} + a_4 \cdot B_{14}) \cdot B_{34} - (a_2 \cdot B_{32} + a_3 \cdot B_{33} + a_4 \cdot B_{34}) \cdot B_{14} = 0 \quad (37)$$

Ako se u jednadžbi (37) uvedu vrijednosti prema veličinama (19) i (21) i ako se uzme u obzir da su dimenzije štapa u oba polja iste, tada jednadžba dobiva sljedeći oblik:

$$\sinh \lambda_2 \cdot \sin \lambda_2 \cdot (\sinh \lambda_1 \cdot \cos \lambda_1 - \cosh \lambda_1 \cdot \cos \lambda_1) - \frac{\ell_2}{\ell_1} \cdot \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \sinh \lambda_1 \cdot \sin \lambda_1 \cdot (\cosh \lambda_2 \cdot \sin \lambda_2 - \sinh \lambda_2 \cdot \cos \lambda_2) = 0 \quad (38)$$

U slučaju kad je $\ell_1 = \ell_2$ jednačba (37) se pojednostavljuje u izraz:

$$\sinh \lambda \cdot \sin \lambda \cdot (\sinh \lambda \cdot \cos \lambda - \cosh \lambda \cdot \sin \lambda) = 0 \quad (39)$$

Jednačba (39) bit će zadovoljena za:

$$\text{a) } \sinh \lambda \cdot \sin \lambda = 0 \quad (40)$$

$$\text{b) } (\sinh \lambda \cdot \cos \lambda = \cosh \lambda \cdot \sin \lambda) \quad (41)$$

Postoje dva oblika vlastitih titranja:

- jedan je vezan za srednji potporanj, koji je asimetričan, s vlastitim vrijednostima:

n	1	2	3
λ_n	π	2π	3π

(42)

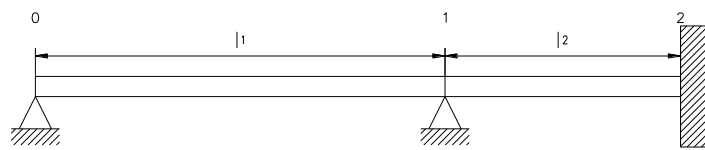
- drugi je simetričnog valnog oblika (slika 7) s vlastitim vrijednostima:

n	1	2	3
λ_n	$5\pi/4$	$9\pi/4$	$13\pi/4$

(43)

Jednačba vlastite frekvencije glasi:

$$f = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \left(\frac{\lambda_n}{\ell} \right)^2 \cdot \sqrt{\frac{E \cdot J}{\mu}} \quad (44)$$



Slika 8. Štap poduprt na dvije točke i upet u trećoj točki

U slučaju štapa sa slike 8. dobiva se jednačba:

$$(\sinh \lambda_1 \cdot \cos \lambda_1 - \cosh \lambda_1 \cdot \sin \lambda_1) \cdot (\cosh \lambda_2 \cdot \sin \lambda_2 - \sinh \lambda_2 \cdot \cos \lambda_2) - 2 \frac{\ell_2}{\ell_1} \cdot \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \sinh \lambda_1 \cdot \sin \lambda_1 \cdot (1 - \cosh \lambda_2 \cdot \cos \lambda_2) = 0 \quad (45)$$

Za $\ell_1 = \ell_2$ iz jednačbe (45) slijedi jednačba:

$$\frac{(\cosh \lambda \cdot \sin \lambda - \sinh \lambda \cdot \cos \lambda)}{(\cosh \lambda \cdot \cos \lambda - 1)} = \frac{2 \cdot \sinh \lambda \cdot \sin \lambda}{(\cosh \lambda \cdot \sin \lambda - \sinh \lambda \cdot \cos \lambda)} \quad (46)$$

i vlastite vrijednosti:

n	1	2	3
λ_n	3,93	4,46	6,54

(47)

4. ZAKLJUČAK

Opasna pojava titranja cijevnih sabirnica uočena je u više visokonaponskih postrojenja u Republici Hrvatskoj. U sklopnim postrojenjima vanjske izvedbe cijevne sabirnice mogu biti izložene mehaničkim vibracijama koje ih naprežu na savijanje, a osnovni uzrok je vjetar male konstantne brzine (ispod 5 m/s). Rješenje problema titranja je jedna od većih poteškoća koju treba svladati kod projektiranja i izgradnje postrojenja sa cijevnim sabirnicama.

U članku je analizirana dinamika opterećenja vjetra na cijevne sabirnice te je na taj način moguće donijeti zaključke u svezi projektnih rješenja cijevnih sabirnica. Nadalje, u članku se objašnjava mehanizam djelovanja vibracija uslijed Kármánovog vrtložnog strujanja. Kod izjednačavanja vlastite frekvencije cijevi i vrtložne frekvencije uslijed vjetra dolazi do titranja s opasno visokim amplitudama, koje, ukoliko ne postoje antivibracijska užeta ili posebni prigušivači vibracija, mogu biti ublažene samo vlastitim prigušenjem cijevi.

5. LITERATURA

- [1] V. Strouhal, „Über eine besondere Art der Tonerregung. Annalen der Physik und Chemie“, Neue Folge 5, 1878.
- [2] T. von Karman, „Über den Mechanismus des Widerstandes, den ein bewegter Körper in einer Flüssigkeit erfährt. Nachrichten der K. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen“, Mathematisch-physikalische Klasse, 1911.
- [3] L.Möcks, „Mechanische Schwingungen von Rohrsammelschienen in Freiluftschaltanlagen“, Bul. SEV 64, 3, 1973.
- [4] J. Wollaschek, „Ermittlung proxisbezogener Windeingangs leistungen durch Schwinungsmessungen an elektrischen Freileitungen - Beschreibung eines laufenden Versuchs“, Elektrizitätswirtschaft 88, 1989.
- [5] V. Ravlić, „Tehnički proračuni i zahtjevi za izvedbu cijevnih sabirnica u vanjskim postrojenjima“, Zagreb, 1988.
- [6] V. Ravlić, „Cijevne sabirnice u visokonaponskim postrojenjima“, Kigen/Ravel, Zagreb, 2006.
- [7] L. Möcks, „Dämpfung bzw. Tilgung mechanischer von Rohrsammelschienen“, Bull. SEV 64, 1973.